

CAMPO / ARLOA

Jessica AYABAR NAVASCUÉS

FORMACIÓN MATEMÁTICA PARA
LA VIDA DIARIA

TFG/*GBL* 2014



Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

Grado en Maestro de Educación Infantil
/

Haur Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Grado en Maestro en Educación Infantil
Haur Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Trabajo Fin de Grado
Gradu Bukaerako Lana

***FORMACIÓN MATEMÁTICA PARA LA VIDA
DIARIA***

Jessica AYABAR NAVASCUÉS

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES
GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEN FAKULTATEA

UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA
NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA

Estudiante / Ikaslea

Jessica AYABAR NAVASCUÉS

Título / Izenburua

Formación matemática para la vida diaria

Grado / Gradu

Grado en Maestro en Educación Infantil / Haur Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Centro / Ikastegia

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales / Giza eta Gizarte Zientzien

Fakultatea

Universidad Pública de Navarra / Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Director-a / Zuzendaria

María José ASIAIN OLLO

Departamento / Saila

Matemáticas

Curso académico / Ikasturte akademikoa

2013/2014

Semestre / Seihilekoa

Primavera / Udaberrik

Preámbulo

El Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, modificado por el Real Decreto 861/2010, establece en el Capítulo III, dedicado a las enseñanzas oficiales de Grado, que “estas enseñanzas concluirán con la elaboración y defensa de un Trabajo Fin de Grado [...] El Trabajo Fin de Grado tendrá entre 6 y 30 créditos, deberá realizarse en la fase final del plan de estudios y estar orientado a la evaluación de competencias asociadas al título”.

El Grado en Maestro en Educación Infantil por la Universidad Pública de Navarra tiene una extensión de 12 ECTS, según la memoria del título verificada por la ANECA. El título está regido por la *Orden ECI/3854/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Infantil*, con la aplicación, con carácter subsidiario, del reglamento de Trabajos Fin de Grado, aprobado por el Consejo de Gobierno de la Universidad el 12 de marzo de 2013.

Todos los planes de estudios de Maestro en Educación Infantil se estructuran, según la Orden ECI/3854/2007, en tres grandes módulos: uno, *de formación básica*, donde se desarrollan los contenidos socio-psico-pedagógicos; otro, *didáctico y disciplinar*, que recoge los contenidos de las disciplinas y su didáctica; y, por último, *Practicum*, donde se describen las competencias que tendrán que adquirir los estudiantes del Grado en las prácticas escolares. En este último módulo, se enmarca el Trabajo Fin de Grado, que debe reflejar la formación adquirida a lo largo de todas las enseñanzas. Finalmente, dado que la Orden ECI/3854/2007 no concreta la distribución de los 240 ECTS necesarios para la obtención del Grado, las universidades tienen la facultad de determinar un número de créditos, estableciendo, en general, asignaturas de carácter optativo.

Así, en cumplimiento de la Orden ECI/3854/2007, es requisito necesario que en el Trabajo Fin de Grado el estudiante demuestre competencias relativas a los módulos de formación básica, didáctico-disciplinar y practicum, exigidas para todos los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Infantil.

En este trabajo, el módulo *de formación básica* me ha permitido adquirir conocimientos en relación con la psicología del desarrollo del alumno, conocer el currículo de Educación Infantil, más concretamente en el área de las matemáticas, y cómo se organiza el mismo. Este módulo queda reflejado en el apartado del *Marco Teórico*.

El módulo *didáctico y disciplinar* me ha permitido desarrollar una propuesta didáctica acorde con el desarrollo lógico- matemático de los niños. La propuesta en cuestión está presente en el apartado 4 denominado *Estudio de errores cometidos e implicaciones pedagógicas*.

Asimismo, el módulo *practicum* me ha permitido, en definitiva, desarrollar todo el proyecto dado que sin el planteamiento de los problemas que propuse durante el practicum, hubiese presentado más dificultades para redactar de manera más específica las típicas respuestas que dan los niños ante los problemas lógicos, así como el posterior análisis de los errores que comenten. Este módulo se encuentra reflejado en el momento en que empiezo a plantear los dos problemas.

Uso lingüístico y género

Las referencias a personas o colectivos figuran en el presente trabajo en género masculino como género gramatical no marcado. Así, cuando sea necesario marcar la diferencia de comportamientos observados por razón de sexo, se indicará explícitamente en el texto.

Resumen

En el presente proyecto se establece el caso práctico del planteamiento de dos problemas lógicos a niños de 5- 6 años. A partir de la resolución de estos problemas, se realiza un análisis de las respuestas obtenidas pasando a analizar los errores típicos que se cometen en Educación Infantil, las dificultades que encuentran los niños para abordar las matemáticas, por qué cometen y cometemos errores y su importancia, y la importancia de las matemáticas. También se hace mención a qué desarrollan los niños por medio de las matemáticas, qué papel juega el maestro y cómo debe abordar el aprendizaje de dicha materia, y por último, la importancia del juego en el aprendizaje matemático.

Palabras clave: lógico; matemáticas; error; juego; docente.

Abstract

This project contains a practical case of the proposal of two logical problems for 5-6 year-old children. As of the solutions of the problems, it has done an analysis of the answers obtained and then, the analysis of the typical mistakes which nursery's children do, the difficulties that children find to do Mathematics, why we do these mistakes and its importance, and the importance of learning Maths. Furthermore, this project contains what children develop through Maths, the role played by teachers and how they should deal with the learning of this subject, and finally, the importance of playing in Maths.

Keywords: logic; Mathematics; mistake; game; teacher.

Índice

1. Antecedentes. objetivos y cuestiones	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Objetivos	2
2. Marco teórico	3
2.1. Fundamentación	3
2.2. Enfoque didáctico	6
3. Problemas propuestos y su análisis	9
3.1. Enunciado de los problemas	9
3.2. Expectativas iniciales	14
3.3. Análisis del proceso de resolución	14
3.4. Errores cometidos	19
4. Estudio de errores cometidos e implicaciones pedagógicas	23
5. La importancia de las matemáticas en la educación infantil	29
5.1. Las matemáticas desde la infancia y a lo largo de la vida	29
5.2. El papel del docente	31
5.3. El juego y las matemáticas	36
Conclusiones	39
Referencias	43
Anexos	44
Anexo 1	44
Anexo 2, 2-1	44
Anexo 3	45
Anexo 4	45
Anexo 5	46
Anexo 6	46
Anexo 7	47
Anexo 8, 8-1	47

1. ANTECEDENTES, OBJETIVOS Y CUESTIONES

1.1 Antecedentes

Para empezar con el proyecto denominado *La formación matemática para la vida diaria*, me gustaría comenzar definiendo qué es matemática.

Según la wikipedia (ver ref. [15]), las matemáticas o la matemática es una ciencia formal que, partiendo de axiomas y siguiendo el razonamiento lógico, estudia las propiedades y relaciones entre entidades abstractas con números, figuras geométricas o símbolos, pese a que también es discutido su carácter científico. Las matemáticas se emplean para estudiar relaciones cuantitativas, estructuras, relaciones geométricas y las magnitudes variables.

Pero, ¿son tan sólo éstos los usos de las matemáticas? ¿Se ciñen estrictamente a las relaciones (cuantitativas y geométricas), estructuras y magnitudes?

Para explicar el mundo natural en el que se usan las matemáticas, redacto literalmente lo expresado por Eugene Wigner: “La enorme utilidad de las matemáticas en las ciencias naturales es algo que roza lo misterioso, y no hay explicación para ello. No es en absoluto natural que existan “leyes de la naturaleza”, y mucho menos que el hombre sea capaz de descubrirlas. El milagro de lo apropiado que resulta el lenguaje de las matemáticas para la formación de las leyes de la física es un regalo maravilloso que no comprendemos ni nos merecemos”.

Algunas de las definiciones clásicas restringen las matemáticas al razonamiento sobre cantidades, aunque sólo una parte de las matemáticas actuales usan números, predominando el análisis lógico de construcciones abstractas no cuantitativas. Y es que, mediante la abstracción y el uso de la lógica en el razonamiento, las matemáticas han evolucionado basándose en cuentas, el cálculo y las mediciones, junto con el estudio sistemático de la forma y el movimiento de los objetos físicos.

Es por esto por lo que me remito a las cuestiones anteriormente planteadas y por lo que comprobamos que las matemáticas no se usan únicamente con fines puramente matemáticos, sino que esta ciencia es considerada en todo el

mundo como una herramienta esencial en muchos campos: las ciencias naturales, la ingeniería, la medicina y las ciencias sociales, incluso en disciplinas no vinculadas a ella como es el caso de la música.

1.2 Objetivos y cuestiones.

Para la elaboración de este proyecto, me he basado principalmente en las matemáticas en Educación Infantil para partir del punto inicial del proceso y adquisición lógico- matemático.

Plantear a niños de 3º de Educación Infantil (5-6 años) una serie de problemas lógicos, me ayudará a saber con mayor certeza las siguientes cuestiones, las cuales planteo como objetivos principales de mi proyecto y que a lo largo de este trabajo voy a desarrollar:

- Respuestas típicas que dan los niños a los problemas lógicos.
- Dificultades que encuentran los niños a la hora de abordar las matemáticas.
- Cuestiones sobre por qué cometen y cometemos errores, y su importancia.
- Importancia de las matemáticas.
- Qué desarrollan los niños por medio de las matemáticas.
- Papel del maestro tanto en la creación de un espacio propicio como su actitud en la enseñanza de las matemáticas.
- La importancia del juego en matemáticas.

En lo referente a las cuestiones, decir que, a lo largo de todo el proyecto y conforme he ido reflexionando e indagando sobre este tema, me han ido surgiendo diferentes dudas que posteriormente he ido desarrollando. Así, las cuestiones que principalmente me han abordado han sido referentes a mi formación y que ayudarán a mi futura profesión como docente: cómo abordar las matemáticas en Educación Infantil, cómo plantear los ejercicios matemáticos, la actitud del docente...

Para ello, y como ya he mencionado, aprovecho mi estancia en el colegio público San Miguel en Noaín, para plantear a los niños de 3º dos problemas lógicos y analizar después lo que allí ha pasado.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Fundamentación

A continuación, expondré a lo que en el DECRETO FORAL 23/2007, de 19 de marzo, por el que se establece el currículo de las enseñanzas de segundo ciclo de la Educación Infantil en la Comunidad Foral de Navarra, se refiere sobre las matemáticas.

Los objetivos de la Educación Infantil expuestos en el artículo 4 son, cuya función es contribuir al desarrollo en los/as niños/as las capacidades que les permitan:

- a) Observar y explorar su entorno familiar, natural y social, reconociendo en él algunas características propias de Navarra.
- b) Conocer su propio cuerpo y el de los otros, sus posibilidades de acción y aprender a respetar las diferencias.
- c) Adquirir progresivamente autonomía en sus actividades habituales.
- d) Desarrollar sus capacidades afectivas.
- e) Relacionarse con los demás y adquirir progresivamente pautas elementales de convivencia y relación social, así como ejercitarse en la resolución pacífica de conflictos.
- f) Desarrollar habilidades comunicativas en diferentes lenguajes y formas de expresión.
- g) Iniciarse en las habilidades lógico- matemáticas, en la lecto- escritura y en el movimiento, el gesto y el ritmo.

En el Bloque 4: *El cuidado personal y la salud*, y más concretamente dentro del *Conocimiento del entorno*, se menciona: “Para conocer y comprender cómo funciona la realidad, el niño y la niña indagan sobre el comportamiento y las propiedades de objetos y materias presentes en su entorno: actúan y establecen relaciones con los elementos del medio físico, exploran e identifican dichos elementos, reconocen las sensaciones que produce, se anticipan a los efectos de sus acciones sobre ellos, detectan semejanzas y diferencias, comparan, ordenan, cuantifican, pasando así de la manipulación a la representación, origen de las incipientes habilidades lógico- matemáticas”.

También dentro de esta área, encontramos los propios objetivos donde se especifica en el punto 4 que los niños deben iniciarse en las habilidades matemáticas, manipulando funcionalmente elementos y colecciones, identificando sus atributos y cualidades y estableciendo relaciones de agrupamientos, clasificación, orden y cuantificación.

Por último, haciendo referencia a lo último que se menciona sobre las matemáticas en el currículum de Educación Infantil, decir que en el primer punto de los criterios de evaluación aparece reflejado la importancia de discriminar objetos y elementos del entorno inmediato y actuar sobre ellos. Agrupar, clasificar y ordenar elementos y colecciones según sus semejanzas y diferencias ostensibles, discriminar y comparar algunas magnitudes y cuantificar colecciones mediante el uso de la serie numérica. Se pretende valorar con este criterio la capacidad para identificar los objetos y materias presentes en su entorno, el interés por explorarlos mediante actividades manipulativas y establecer relaciones entre sus características o atributos (forma, color, tamaño, peso...) y su comportamiento físico (caer, rodar, resbalar, botar...). Se refiere, así mismo, al modo en que niños y niñas van desarrollando determinadas habilidades lógico matemáticas, como consecuencia del establecimiento de relaciones cualitativas y cuantitativas entre elementos y colecciones. También se observará la capacidad desarrollada para resolver sencillos problemas matemáticos de su vida cotidiana. Se valorará el interés por la exploración de las relaciones numéricas con materiales manipulativos y el reconocimiento de las magnitudes relativas a los números elementales (por ejemplo, que el número cinco representa cinco cosas, independientemente del espacio que ocupen, de su tamaño, forma o de otras características) así como el acercamiento a la comprensión de los números en su doble vertiente cardinal y ordinal, el conocimiento de algunos de sus usos y su capacidad para utilizarlos en situaciones propias de la vida cotidiana. Se tendrá en cuenta, así mismo, el manejo de las nociones básicas espaciales (arriba, abajo; dentro, fuera; cerca, lejos...), temporales (antes, después, por la mañana, por la tarde...) y de medida (pesa más, es más largo, está más lleno...).

Aunque haya hecho especial hincapié en lo referente a las matemáticas dentro del currículum y lo que esta ciencia logra desarrollar en los niños; cabe mencionar que a través de las matemáticas no sólo se desarrollan conocimientos propiamente matemáticos y todo lo que ello conlleva, sino que por medio de las matemáticas los niños toman conciencia de su propio cuerpo y del de los demás, aprenden a situarlo tanto en el tiempo como en el espacio desarrollando así nociones espacio-temporales, aprenden a observar y explorar su medio familiar adquiriendo características del mismo como podría ser el número de portan en el que viven, si su casa está en un 2º o 3º piso, por ejemplo.

Una fuente donde podemos encontrar lo dicho en el párrafo anterior, es el trabajo creado por el Colegio Público Nuevo Almafrá de la localidad alicantina de Elda (ver ref. [7]), en el que se expone que a la hora de plantarnos las matemáticas debemos tener claro qué aspectos consideramos imprescindibles para tratar en esta etapa para que los niños así, puedan desenvolverse en su entorno de manera adecuada sabiendo: dónde viven, cuántos años tienen, el número de hermanos y su lugar entre ellos, nociones temporales para organizarse en el día, nociones espaciales (localizarse y localizar a otros). También saber la hora, el día, la semana, mes y año, fechas importantes, cuánto vale una cosa, comprar, medida, crecimiento, peso...

Con las matemáticas, continúa, se adquiere el concepto de número/conteo realizando juegos de compra-venta en donde se trabaja la cantidad y conceptos de suma y resta; y realizando distintas actividades en las que se trabaja tanto con el número como con la secuenciación adquiriendo a través de diferentes vías las mencionadas capacidades numéricas.

También hace referencia tanto a las nociones espacio-temporales como a la medida. La verbalización de situaciones espacio-temporales, ayuda a la elaboración de conceptos básicos matemáticos. Un mismo concepto tiene muchos usos y muchas referencias independientes. Las relaciones temporales pueden entenderse como conceptos de tiempo (antes, ahora, después, secuencias...) o como factores que siempre van hacia delante y se relacionan con el devenir de las cosas.

Y por último, la medida puede trabajarse en relación a los niños con ellos mismos y/o con los otros (altura, peso...), en las cantidades, en las distancias y utilizando igualmente contextos sociales o escolares que fomenten la necesidad de aprenderlos.

Siguiendo con el trabajo realizado por el Colegio Público Nuevo Almafrá, los niños cuentan también con un pensamiento irreversible. Esto significa que tienen una gran falta de movilidad para poder volver al punto de partida en un proceso de innovaciones. Es lento y está dominado por las percepciones de los estados o configuraciones de las cosas. Sabe distinguir entre el punto de partida y el de final, pero de manera directa; es decir, no puede representar mentalmente las distintas etapas por las que ha pasado para obtener dicho final.

El niño es realista y concreto, y realiza representaciones siempre sobre objetos concretos. Cuando aparecen ideas abstractas, tiende a resumirlas en situaciones para él accesibles.

Sin embargo, el niño se centra en un solo aspecto, lo que provoca una distorsión en la percepción de los objetos. Atribuye a estos objetos (inanimados), cualidades humanas dado el carácter animista del niño. Las diferencias entre la realidad y la fantasía no son claras, ya que sus imaginaciones toman carácter real.

Por último, el niño posee un razonamiento transductivo; es decir, pasa de un hecho particular a otro, concluyendo en éste último, y coincidiendo éste perceptivamente, pero sin que haya relación lógica entre ambos. Utiliza la yuxtaposición como conexión causal o lógica.

En resumen, el pensamiento del niño puede ser considerado como sincrético, debido a la falta de necesidad del pequeño a justificarse lógicamente. Este pensamiento es también denominado por Piaget pensamiento preoperacional.

2.2. Enfoque didáctico

Durante mi último periodo de prácticas he tenido la oportunidad de ver cómo los niños de 5 años han trabajado con las matemáticas mediante distintas actividades. He podido comprobar que no presentan ningún tipo de dificultad

ante los ejercicios planteados y que muy satisfactoriamente los resuelven. Podría decir que tienen tan interiorizado el mecanismo de resolución que sin pararse a pensar que están realizando una suma, por ejemplo, en cuanto ven cuál es el ejercicio a realizar y las tarjetas que usan para ello, automáticamente se dedican a contar los elementos y decir la cantidad total de los mismos; sin tomar conciencia de que lo que realmente están haciendo es una suma de elementos y que la unión de los elementos de una de las partes más la unión de los de la otra (con los signos correspondientes $+$ e $=$) conlleva un producto final.

Esta situación se da principalmente porque en numerosas ocasiones las matemáticas son impartidas de forma mecánica y repetitiva, cuestión que deberíamos evitar a toda costa. Una entrevista realizada a Vicenç Font Moll (ver ref. [18]), Investigador del Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y la Matemática de la Universidad de Barcelona, en donde se le pregunta qué es lo que él considera lo más importante en el momento de enseñar matemáticas, Vicenç menciona que los profesores debemos lograr que la enseñanza de las matemáticas sea contextualizada y significativa, y de este modo las personas puedan darse cuenta de su utilidad.

Vicenç insiste en que debemos hacer una matemática basada en el estudio de contextos extra matemáticos para darle sentido y demostrar su funcionalidad. Menciona que este es el tipo de enseñanza matemática que se está dando, aunque en algunos países y ciertas zonas, por tradición del profesorado, son más resistentes y siguen enseñando una matemática más repetitiva y mecánica. Esto, dice, puede crear una sensación a los alumnos de que la matemática es algo misterioso que se hace de una determinada manera pero no se sabe muy bien para qué sirve.

Por ello, yo he querido ir un poco más allá y trabajar la lógica que muchas veces se da por asumida en edades tempranas y que no se trabaja de manera directa en muchas de las ocasiones.

Con el planteamiento de dos problemas, además de trabajar con ellos la lógica, también quería conocer cuáles son los errores típicos que los niños cometen

frente a los problemas, cuáles son sus soluciones y comprender cuál es el grado de implicación, en estas edades, frente a conocimientos matemáticos.

3. PROBLEMAS PROPUESTOS Y SU ANÁLISIS

3.1. Enunciado de los problemas

Para conocer de manera más directa cuáles son las reacciones que tienen los niños al enfrentarse a problemas matemáticos, escojo dos problemas lógicos a partir de los cuales se hará un profundo análisis y las deducciones en cuanto a respuestas y dificultades encontradas. Así pues, realicé la selección de estos dos problemas los cuales plantearía posteriormente a los niños:

1. Un pastor tiene que cruzar un río en una barca de remos con un lobo, una oveja y una col. En la barca no puede llevar a la vez a los animales y a la col, es muy pequeña y no caben. No puede dejar ningún momento solos a la oveja y el lobo, porque el lobo se comería a la oveja y tampoco a la oveja y la col porque la oveja se comería a la col. ¿Cómo pasarán todos a la otra orilla?

Otro enunciado que podría plantear a los niños y el cual me parece de lo más adecuado dado sus edades, sería el siguiente:



Figura 1. Representación del problema

Hace mucho tiempo un pastor fue al mercado y compró un lobo una cabra y una col. Para volver a su casa, tenía que cruzar un río donde disponía de una barca para cruzar a la otra orilla pero con el inconveniente de que en la barca

solo cabían él y una de sus compras. Sabía que si el lobo se quedaba solo en la orilla con la oveja, éste se la comería, y que si la oveja se quedaba sola con la col se la comería. El reto del pastor era cruzar él mismo y sus compras hasta la otra orilla del río evitando que el lobo se quedase sólo con la oveja y se la comiese, o que la oveja se quedase sola con la col y se la comiese también.

¿Cómo lo hizo?

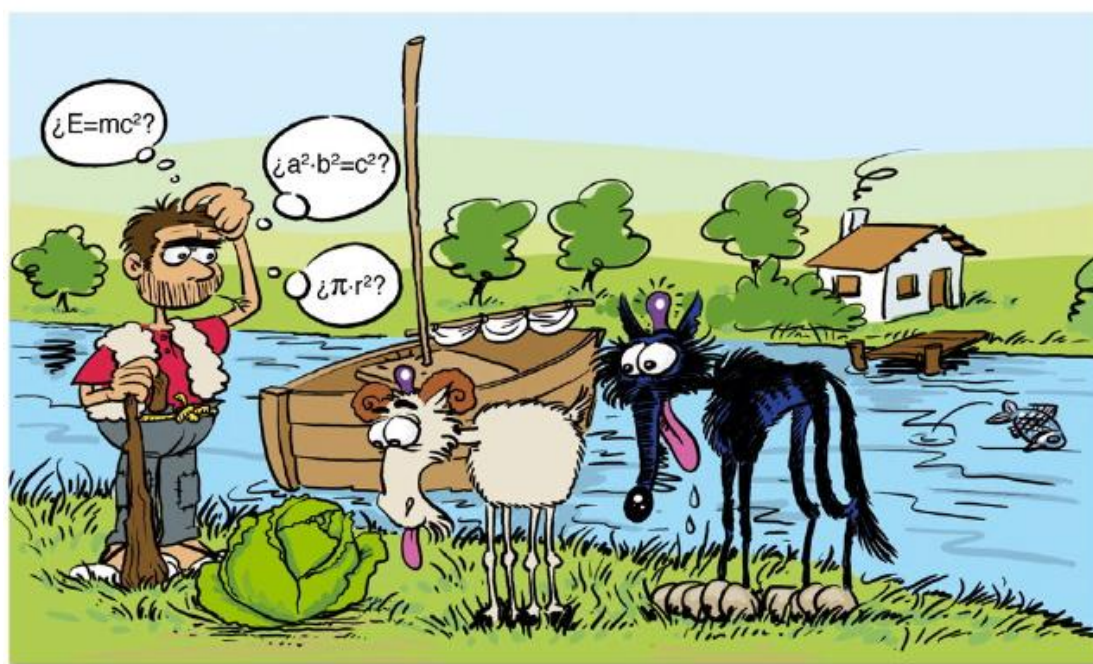


Figura 2. Dilema del pastor

El primer paso obligado consistía en llevar a la oveja a través del río ya que de otro modo la oveja o la col serían devoradas. Cuando el pastor vuelve a la primera orilla podía elegir entre llevar el lobo o la col al otro lado. Si llevaba al lobo debían volver luego para llevar a la col, y entonces el lobo se comería a la oveja, ya que se quedaría sólo con la oveja en la segunda orilla. Si por el contrario lleva a la col a la otra orilla necesitaría volver para coger al lobo y entonces la col sería comida por la oveja que se habría quedado sola con ella en la orilla. Aquí se encuentra el dilema que se resuelve llevando al lobo (o la col) en el segundo viaje y trayendo de vuelta a la oveja. Ahora podemos llevar la col (o el lobo) dejando a la oveja y finalmente volver a buscarla a la oveja. La

solución se resume de la siguiente manera. Para ello haré referencia a las orillas de distinto modo, denominando a la orilla de partida como “orilla A” y a la orilla de llegada a la cual deben pasar a toda la compra como “orilla B”:

- Lleva en primer lugar a la oveja a la orilla B
- El pastor vuelve a la orilla A solo
- Deja al lobo (o a la col) en la orilla B
- Vuelve a la orilla A junto con la oveja
- Lleva a la col (o al lobo) a la orilla B
- Vuelve solo a la orilla A
- Finalmente lleva a la oveja a la orilla B

A pesar de considerar este enunciado muy apropiado para plantearles a los niños, finalmente elegí realizar un planteamiento propio para que relacionasen de manera más fácil y directa el enunciado del problema y su representación. También cabe mencionar, que no redacte de manera literal el primer de los enunciados aquí descritos porque me parecía demasiado formal para niños tan pequeños.

Sobre este problema también me gustaría puntualizar que, como bien se encuentra expuesto en Wikipedia (ver ref. [17]), se trata de un acertijo que forma parte de los denominados “puzles de cruzar el río”, en los que el objetivo principal es mover una serie de distintos objetos al otro lado del río siguiendo una serie de normas y reglas para llevarlo a cabo.

El surgimiento más temprano de este problema, es el encontrado en el manuscrito medieval *Propositiones al Acuendos Juvenes* en donde los tres objetos que aparecen dentro del acertijo son un lobo, una cabra y una col. Sin embargo, existen multitud de variaciones sobre esta adivinanza donde los elementos cambian y pasan a ser:

- Una cabra, una oveja y un repollo
- Un zorro, una gallina y unas semillas

- Un zorro, un ganso y una mazorca de maíz
- Una pantera, un cerdo y unas gachas.

A pesar de ser distintos objetos los que aparecen en el problema, tanto la lógica como la solución final, sigue siendo la misma.

Wikipedia también hace referencia a que este acertijo ha formado parte del folclore de los afroamericanos, Camerún, Cabo Verde, Dinamarca, Etiopía, Ghana, Italia, Rusia, Rumanía, Escocia, Sudán, Uganda, Zambia y Zimbabue. En algunos lugares de África, se han encontrado variaciones del juego en las cuales la barca no solamente dispone de un sitio más para transportar a alguno de sus elementos de compra, sino que dispone de dos plazas.

Como curiosidad, decir que este rompecabezas era uno de los favoritos de Lewis Carroll, diácono anglicano, lógico, matemático, fotógrafo y escritor británico conocido, sobre todo, por su obra *Alicia en el país de las maravillas*.

Por último mencionar, y también como mera indagación, que este problema también ha sido parodiado en el episodio Adiós, Maggie, adiós de la temporada 20 de la famosa serie de animación de *Los Simpson*. En este capítulo Homer debe cruzar un río con Maggie, Santa's Little Helper (el perro de la familia) y un veneno para ratas. En este caso, no puede dejar al perro con Maggie, ni a Maggie con el veneno.

2. Tengo calcetines de dos colores en un cajón de la cómoda, me he quedado sin luz y tengo que sacar a oscuras los necesarios para ponerme los dos calcetines del mismo color, ¿cuál es el número mínimo de calcetines que necesito sacar del cajón? ¿Y si fueran de tres colores?



Figura 3. Calcetines de dos colores

Seleccioné estos dos problemas entre los que tenía porque, bajo mi punto de vista, son los más idóneos para plantearlo ante niños de 5-6 años y porque me parecieron que podían dar el juego que yo pretendía. Estos problemas presentan una cierta dificultad pero confiaba en que no presentarían más problemas de los normales a la hora de su resolución.

3.2. Expectativas iniciales

Problema del pastor.

Mis expectativas iniciales frente a este problema no fueron muy positivas. No dudaba en absoluto de la capacidad de los niños para resolverlo pero sí de que si no les daba las suficientes pistas, encontrarían una gran dificultad en el mismo.

Sin embargo, en la clase en la que he estado hay niños y niñas con un alto nivel lógico y cognitivo e intuía que entre las soluciones que darían unos y las que darían otros, acabarían dando con el resultado final.

También sabía que si planteaba los problemas de manera más atractiva para los niños, evitando en todo momento el realizarlo de manera oral y como algo aburrido, la respuesta de los alumnos sería mucho más motivadora, rica y que el nivel de implicación por su parte sería total.

Problema de los calcetines

Mis expectativas iniciales frente a este segundo problema eran bastante positivas. Era consciente de que aunque al principio presentasen algún inconveniente, lo resolverían rápidamente y muy satisfactoriamente.

Al igual que en el caso anterior, era consciente de que tenía que prestar atención a la forma de plantearles el problema. Al contrario que en el problema del pastor, el realizar el ejercicio con materiales manipulativos ayudaría enormemente a que los niños llegasen a la conclusión final.

3.3. Análisis del proceso de resolución

Problema del pastor

Para abordar este problema, tuve mis dudas sobre cómo realizarlo. No sabía si hacerlo en grupos reducidos de 2 ó 3 niños, o si por el contrario hacerlo de manera conjunta entre todos. Tampoco la forma de plantearlo; si de manera abstracta en la que me ayudaría de un pequeño dibujo que explicase la situación del problema, o si de manera en que los niños formasen parte del mismo representando dicha situación.

Ante la duda del número de niños a los que les plantearía el problema, finalmente opté por comprobar sus reacciones y respuestas ante ambas situaciones. Así, aproveche una de las clases de desdoble en la que disponía de unos pocos de los niños para empezar a trabajar con el problema.

En principio llamé a dos niñas y les realicé en un folio el dibujo del problema, por lo que elegí en este caso efectuar el problema de manera *abstracta*. Al ver que se trataba de algo similar a un “juego”, tres niños más se acercaron para averiguar de qué se trataba el ejercicio.

Durante aproximadamente 8 minutos los niños estuvieron intentando comprender el problema y dar con la solución, pero presentaban serios problemas para hallarla.

Comprendieron perfectamente que no podíamos dejar solos a los dos animales ni a la oveja con la col.

Algunas soluciones que planteaban estaban relacionadas con la *aportación de datos* que no estaban en el problema como por ejemplo la creación de un puente para pasar a todos a la vez, colocar piedras para saltar sobre ellas o la creación de un corral donde dejar a la oveja mientras pasábamos a la col y al lobo a la otra orilla. Éstas respuestas se dieron lugar ante el conocimiento de que, aparte del pastor, sólo cabía un animal/col en la barca (era la barca muy pequeña).

Tras transcurrir el tiempo del que disponíamos, y ver que era mucho más complejo para ellos de lo que me había previsto, caí en la cuenta de que la mejor opción sería plantear el problema de manera grupal y comprobar así si con la ayuda de lo que decían unos y otros hallaban la solución.

En un principio, para proyectar el problema de manera conjunta, opté por realizarlo del mismo modo en que ya lo había hecho a los otros niños el día anterior (de manera *abstracta*) y así darme cuenta de su reacción y respuestas ante este tipo de planteamiento. Tomé la decisión de que si los niños planteaban serios problemas a la hora de realizar el problema, optaría por plantearlo de manera en que los propios niños representasen dicho problema.

Comencé explicando el problema, no sólo de forma oral sino que cada elemento del problema lo iba dibujando en la pizarra para ayudar a los niños de manera visual a comprender la situación que teníamos (ANEXO 1).

Una vez finalizada la esquematización del problema, y tras lanzar la pregunta de cómo conseguimos pasar a todos de uno en uno a la otra orilla, los niños comenzaron a lanzar sus opiniones de forma arbitraria y sin tomarse su tiempo para pensar. Sin embargo, tengo que puntualizar la gran implicación por su parte para resolver el problema y el grado de razonamiento que demostraron (ANEXO 2 Y ANEXO 2-1).

Viendo las dificultades que presentaban, opté por pasar al segundo planteamiento que tenía preparado (la representación por ellos mismos). Sin embargo, los niños no querían cambiar de estrategia y decidí que les daría una pista. Les dije que el pastor podía llevar a los animales y la col a la otra orilla pero que una vez allí también podía volverlos a la primera.

Entonces, partiendo de que el pastor tenía en la segunda orilla a la oveja pregunté a quien podía llevar en segundo lugar. Ellos me contestaron que podía llevar a la col (lechuga) y muchos rebatieron diciendo que la oveja se la comería. Por tanto pregunté a ver qué podía hacer para que eso no sucediese. Inmediatamente comenzaron a decir que tenía que volver a la oveja a la primera orilla y una vez allí, coger al lobo para separarlos y llevarlo con la col, la cual no se iba a comer. Finalmente, quedaba la oveja por llevar a la otra orilla.

Como podemos ver, a pesar de presentar varias dificultades, tras 15 minutos de reflexión, los niños consiguieron solucionar el problema (ANEXO 4). Sin embargo, durante este periodo los niños cometieron varios errores que pasaré a analizar a posteriormente.

Problema de los calcetines

Al contrario que con el problema anterior, tenía muy claro la manera en la que iba a proceder a la hora del planteamiento. No quería plantear el problema de manera oral porque quería evitar el método que en numerosas ocasiones se repite dentro del aula basado en impartir las matemáticas como algo serio,

como algo tan importante que no hay cabida para la palabra juego dentro de ellas.

Personalmente, y como explicaré más adelante, considero que debemos ir cambiando la visión de las matemáticas, enseñar que éstas también pueden ser divertidas y que podemos disfrutar mucho con ellas; y más con niños de edades tempranas.

Por ello, el planteamiento del problema que escogí, estaba basado en la utilización de materiales manipulativos. Cogí una caja de cartón e introduje en ella un gran número de piezas de construcción de color azul e igual número de piezas amarillas. Este método, también me serviría para que los niños comprobasen por ellos mismos si sus respuestas eran lógicas o no, y de ese modo ayudarles a obtener una mejor visión de lo que se estaba planteando.

Realicé la actividad de manera grupal para hacer partícipes a todos los alumnos y que, de igual modo que en la situación anterior, las respuestas que diesen cada uno de ellos sirvieran para dar con la solución final.

Así pues, cogí la caja y me posicioné delante de todos ellos (ANEXO 5). En vez de redactar el problema original, opté por ponerles en una situación que podría ocurrirles en sus vidas cotidianas. Comencé evocándoles a su habitación y en un momento dado la luz se salta y se quedaban completamente a oscuras. En ese momento, se estaban vistiendo y les faltaba por ponerse los calcetines. En su cajón tenían un montón de calcetines sueltos y revueltos de dos colores distintos (azules y amarillos). En ese momento hice referencia a la caja, representando el cajón con todos los calcetines y lancé la pregunta; ¿Cuántos calcetines teníamos que coger para asegurarnos que nos ponemos dos del mismo color?

A pesar que el enunciado del problema lanza una segunda cuestión, la cual está relacionada con la cantidad de calcetines que deberíamos sacar del cajón si en vez de dos colores distintos, tendríamos en el cajón calcetines de tres colores diferentes; no me pareció apropiado planteársela a los niños. Tomé esta decisión en base a las dificultades observadas que tuvieron ante la situación de tener calcetines de sólo dos colores.

Sin embargo, me gustaría atreverme a lanzar una hipótesis que quizá algún día tenga la oportunidad de refutar. Dadas las primeras soluciones que los niños lanzaron nada más plantear el problema, probablemente la primera respuesta que darían los niños a cuántos calcetines tendrían que sacar en caso de tener de un montón de tres colores distintos sería tres.

Continuando con el ejercicio planteado, y para reflejar el por qué de mi hipótesis mencionar que automáticamente después de lanzar la pregunta, sin apenas dejarme terminar, la primera respuesta que dieron era que necesitaban coger dos calcetines. Así, ayudándome de la caja, escogí a uno de los niños para que comprobase por sí mismo qué podía ocurrir si cogían dos calcetines con los ojos cerrados simulando la oscuridad (ANEXO 6). Como podría darse, el niño sacó dos objetos de color amarillo. Les expliqué que obviamente podían tener mucha suerte y sacar dos del mismo color; o bien de color azul o bien de color amarillo. Para comparar el primer resultado, escogí a otra niña para ver qué más opciones podían darse. En este caso, la niña sacó dos objetos de distinto color.

Después de comprobar qué era lo que podía ocurrir si tan sólo sacaban dos calcetines, empezaron a decir que lo que debían hacer era encender la luz; y tras lanzar de nuevo la pregunta, su respuesta seguía siendo automáticamente dos. Al acordarse de lo ocurrido en caso de sacar dos objetos, continuaron diciendo respuestas que tenían que ver con el tema de obtener luz. Podían abrir la ventana, iluminarse con el teléfono móvil, con un mechero, podían coger luciérnagas, incluso bajar una estrella eran algunas de sus respuestas.

Tras varios minutos seguían opinando que el número de calcetines que tenían que coger era dos. Saqué de la caja dos piezas de color amarillo, otras dos azules y otras dos que combinaban ambos colores (ANEXO 7). Al poner las opciones juntas y al observar que comenzaban a decir que podían sacar cuatro calcetines, seis o incluso ocho, me di cuenta de que algo se me estaba escapando. Sus respuestas no estaban mal, ya que en caso de sacar cuatro calcetines, por ejemplo, es obvio que por lo menos dos serán del mismo color. Tras el ejercicio comprendí que lo que estaba fallando era mi formulación de la pregunta, ya que ésta decía que cuántos calcetines como MÍNIMO debían sacar.

Sin embargo, en ese momento continué con el problema comprobando en cada caso qué pasaba si sacaban el número que decían. En ese momento, una de las niñas comenzó a decir que podía ser que sacando tres calcetines obtuviésemos el resultado deseado y preguntó si podía comprobar su hipótesis (ANEXO 8 Y ANEXO 8-1). A parte de esta niña, realicé varias comprobaciones con tres niños más para que viesen que cada vez que sacábamos tres piezas, dos de ellas eran del mismo color. Una de las niñas preguntó a ver si podía comprobar cuál era el resultado si sacaba seis piezas a lo que otro respondió que no hacía falta que lo evidenciase, que podía ser válida también ya que a partir de tres podríamos ponernos calcetines del mismo color. Por tanto, aunque cometí un error en el planteamiento de la pregunta, ellos mismos cayeron en la conclusión de que el número mínimo era tres.

Lo que podemos observar en ambos casos, es que antes de dar con la respuesta final, los niños cometen varios errores. Y es que, en numerosas ocasiones, y ante determinados tipos de problemas, los niños (en general) suelen cometer el mismo tipo de errores.

3.4. Errores cometidos

A continuación, expondré las respuestas que dieron los niños ante los dos planteamientos mostrando a la vez los errores que cometieron. Como en apartados anteriores voy a realizar la distinción entre ambos problemas para ver sus respuestas de manera más clara.

Problema del pastor

- La primera deducción que pude sacar, fue que *no habían escuchado con atención* la parte en que se indica que la barca es pequeña por lo que sólo puede llevar en cada viaje a uno. Digo esto porque muchos de los niños comenzaron a decir que podía montar a todos en la barca y pasarlos, o que el pastor podía coger algo que diese mucho viento para pasar a todos a la otra orilla.

Otra parte del problema que no tenían en cuenta en numerosas ocasiones era en la que no podía dejar el pastor solos a la col (que acabaron llamándole verdura o lechuga) y a la oveja, y a ésta última con el lobo.

- Otra solución típica que daban al problema era la que tenía que ver con *suponer datos que no están* en el problema. Comentaban que podía coger madera y tornillos para hacer un puente o que podía romper la barca de donde conseguiría la madera y después construir el puente.
- Los niños que previamente habían intentado hacerlo, indicaban que ya habían deducido que si pasaban a la oveja la primera, luego no sabían cómo pasar al resto. Y tras una breve indicación por mi parte sobre a quiénes podíamos dejar solos, los niños se dieron cuenta de que a los únicos que podía dejar el pastor solos en todo momento era al lobo y a la col (ANEXO 3). En seguida comenzaron a decir que lo primero que debían hacer era pasar a la oveja a la otra orilla y esto lo tenían claro.
- Otras soluciones que daban al comienzo eran que el pastor podía montar a todos en la barca y ser él quien nadando empujase la nave hacia la otra orilla o directamente que fuese por ejemplo el lobo quien remase. También que una vez que había pasado a la oveja, podía montar al lobo en la barca y el pastor llevar la col en brazos.

Como podemos ver, a pesar de responder en muchas ocasiones de forma lógica, cometen algún error. Éstos vienen dados principalmente por la aportación de datos y la falta de atención a detalles del problema que hacen más fácil llegar a la conclusión final; errores considerados como típicos en estas edades.

Problema de los calcetines

En este caso, ya he comentado en el apartado anterior (3.3 análisis del proceso de producción) las respuestas que los niños me dieron ante el planteamiento de este problema. Sin embargo, volveré a mencionarlos a continuación ya que es en este apartado donde deben especificarse de manera más concreta y así será más fácil detectarlos para su posterior análisis.

- La primera respuesta que dieron los niños ante la pregunta de “cuántos calcetines hacía falta que sacáramos del cajón para asegurarnos que dos iban a ser del mismo color”, fue automáticamente dos y continuaron con esa respuesta minutos después de comprobar qué podía pasar si sólo sacábamos dos.
- Después, sus respuestas estaban relacionadas con el tema de que no tenían luz alguna para ver el color de los calcetines. Comentaban que podían abrir la ventana, iluminarse con el teléfono móvil, con un mechero, que podían coger luciérnagas o incluso bajar una estrella.
- Después de estar mucho rato pensando, dando diferentes soluciones a cuestiones que no están siendo planteadas, los niños comenzaron a decir que podían sacar cuatro calcetines, seis o incluso ocho.
- Finalmente, una de las niñas comenzó a decir que podía ser que sacando tres calcetines obtuviésemos el resultado correcto y preguntó si podía comprobar su hipótesis.

Vemos que los niños finalmente consiguieron dar con el resultado correcto. Sin embargo, y como ya he mencionado en el apartado anterior, seguramente la formulación errónea de mi pregunta hizo que no llegaran a terminar de comprender por qué no podían sacar cuatro, seis u ocho calcetines si de este modo, obviamente, sacarían dos del mismo color. Por lo tanto, la respuesta planteada en el tercer lugar de este apartado y en este problema, no sería del todo considerada como errónea.

También me gustaría volver a hacer referencia a una de las peticiones de una niña. Ésta me indicó que le gustaría comprobar qué pasaba si sacaba seis “calcetines” (piezas) de la caja. Sin embargo, un compañero le indicó que no era necesario que lo comprobase ya que podía ser válida de igual modo que si sacaba tres, puesto que a partir de este último número podríamos ponernos dos calcetines del mismo color con toda seguridad. Tengo que puntualizar que me parece increíble el nivel lógico que demuestran en numerosas ocasiones

(del cual soy consciente de que tienen) y cómo, sin embargo en otras, dado un mal planteamiento de un ejercicio o simplemente por la mala formulación de una pregunta, pueden variar tanto sus respuestas.

4. ESTUDIO DE ERRORES COMETIDOS E IMPLICACIONES PEDAGÓGICAS

Como ya he comentado en el apartado de fundamentación, dentro del marco teórico, donde se hace referencia en alguna ocasión a Jean Piaget, para entender el motivo por el que los niños cometen errores en el ámbito de las matemáticas, es preciso conocer el propio pensamiento infantil.

Según el trabajo realizado por el Colegio Público Nuevo Almafrá de la localidad alicantina de Elda (ver ref. [7]) que ya he comentado también anteriormente; el pensamiento preescolar se rige con un fuerte egocentrismo intelectual caracterizado por la incapacidad de situarse o de percibir un objeto desde una perspectiva diferente a la suya. Este egocentrismo también se encuentra vigente en sus relaciones sociales, ya que en el juego es habitual que se den monólogos simultáneos con apariencia de diálogos.

Sin embargo, cuando el niño interactúa con otros niños y/o adultos, se ve obligado a sustituir sus argumentos subjetivos por otros más objetivos. Esto le va ayudando a salir de su egocentrismo inicial.

En cuanto a la evolución del conocimiento lógico- matemático, cuando los niños llegan a la escuela ya tienen un recorrido en el mismo. Éste empieza con los primeros esquemas perceptivos y motores para la manipulación de los objetos.

A través de esta manipulación el niño va formando nuevos esquemas que le van permitiendo conocer cada objeto individualmente y así poder distinguirlo del resto, a la vez que va estableciendo las primeras relaciones entre ellos.

Una actividad posterior, es la agrupación de los objetos. Esta primera selección es el origen de la clasificación cuyos criterios van desde los más subjetivos y arbitrarios a otros más convencionales.

Los niños van realizando progresivamente nuevas relaciones entre los objetos, y así aparece el establecimiento de semejanzas y diferencias y de las *relaciones de equivalencia*. Éstas dan paso a las *relaciones de orden* y sus primeras *seriaciones* de elementos.

A partir de todas estas actividades, los niños van adquiriendo el concepto de *cantidad* y podrán utilizar algunas nociones previas al concepto de número, como son con los cuantificadores.

Y haciendo referencia a la cantidad, decir que un concepto básico para asentar el conocimiento lógico- matemático es el de *conservación de la cantidad*.

Una vez que van desarrollando la lógica de clases y de relaciones, van organizando el espacio que les rodea y adquiriendo nociones topológicas básicas, entre ellas las temporales. Sin embargo, cabe destacar que estas nociones tienen un proceso lento y gradual que el niño adquirirá a partir de sus propias secuencias temporales.

Así pues, con relación a los problemas planteados a los niños, podemos deducir por sus respuestas que poseen un ligero pensamiento irreversible y prima en él, la realidad y el concretismo. El pensamiento irreversible podemos verlo en el problema del pastor, ya que los niños son conscientes del punto de partida en el que tenemos en una orilla a los dos animales y la col, y el punto final en el que debemos pasar a todos a la otra orilla. Lo catalogo como de ligero porque aunque en algunas ocasiones sí que es cierto que tratan de pasar a los tres juntos a la otra orilla ya sea mediante la construcción de un puente, o a nado; en otras ocasiones sí que dan a entender que se han desprendido de esa irreversibilidad al divagar entre las distintas opciones de llevar de uno en uno a cada uno de los seres vivos.

La realidad y el concretismo se ven de manera más clara, y además podemos encontrarlos en ambos problemas. En el problema del pastor, aparecen presentes sobre todo en la atribución de cualidades humanas a objetos inanimados (como es la col) o a animales (al lobo) cuando mencionan que puede ser la col o el lobo quienes remasen la barca hasta la otra orilla. En el otro problema, en el de los calcetines, podemos destacar que ante la idea abstracta de no tener absolutamente nada de luz, ni nada que nos pudiese alumbrar, ya que es una situación en la que seguramente ellos no se hayan visto envueltos; ellos comienzan a dar solución al tema de la luz en vez de a la incógnita real de esa situación.

Otro motivo por el que fallamos en matemáticas, explica Juan Matías Sepulcre en un artículo denominado *Matemáticas en la vida diaria* y publicado en información.es (ver ref. [5]), viene dado por la *desconexión* que sufrimos en numerosas ocasiones frente a esta asignatura y todo lo que ella conlleva.

Niños, jóvenes y adultos suelen estar poco interesados en el desarrollo de su destreza matemática y los estudiantes, a veces, se sienten ansiosos cuando se encuentran frente a una actividad que implique demostrar esa destreza o cuando presienten que se acerca la clase de Matemáticas.

Este rechazo a las matemáticas es la consecuencia ante la influencia de variables cognitivas y emocionales. Por una parte, la dificultad que tienen las matemáticas como disciplina a nivel objetivo y, por otra, la manera subjetiva con la que afronta el sujeto esta dificultad.

En numerosas ocasiones, la dificultad de las matemáticas en niños de edades tempranas, viene dado por la abstracción que éstas requieren y a la que no están acostumbrados. Una de las situaciones en la que más podemos percatarnos de esto que decimos, es la falta de abstracción que se encuentra en ejercicios de conteo. Así por ejemplo, ante un ejercicio en el que los niños tuviesen que decir cuántos elementos hay en total, seguramente muchos de ellos tendrían la necesidad de contar una y otra vez los elementos, mencionando así continuamente, “1, 2 y 3” como respuesta final, pero sin ser capaces de contarlos y contestar a la pregunta con un número exacto de elementos: “hay tres”.

Para finalizar, me gustaría hacer referencia a la *importancia* que tiene el cometer errores al realizar una determinada actividad. Así, comienzo mencionando una de las secciones que tratan sobre este tema en un artículo titulado *Enseñanza de la Matemática en el Nivel Inicial*, publicado en educacióninicial.com (ver ref. [9]). El error forma parte del aprendizaje, ya que refleja la proximidad al conocimiento. Se debe intentar que las consecuencias de haber cometido un error o el propio producto final revelen al niño el error realizado. El niño tiene que ver que el resultado es erróneo; así comprenderá que sus operaciones no eran buenas, y este aprendizaje le servirá también para no volver a cometer el mismo error en operaciones futuras.

Como bien sabemos, para hallar una determinada respuesta, hay un amplio abanico de procedimientos que nos lleven hasta ella. Dependiendo del nivel cognitivo de cada niño, unos realizarán el problema ayudándose de los dedos para el conteo o de marcas o dibujos, o por el contrario, otros hallarán el resultado final mediante el cálculo mental.

Los intercambios de ideas, la imitación de lo que hacen los otros compañeros, son factores de progreso para los niños. El pensamiento de cada uno se va creando cotejando lo que van diciendo también los demás. Por ello debemos favorecer el intercambio constante; no sólo se trata de jugar, sino de reflexionar después del juego, contar lo que ha pasado y que cada uno pueda reflexionar y poner en común cómo ha llegado a su propia conclusión final en una determinada situación.

Como bien sostiene el cognitivismo, y según menciona una revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653) (ver ref. [1]), la mente del alumno no es una página en blanco: el alumno ya posee un saber anterior, y estos conocimientos anteriores pueden, tanto suponer un obstáculo en la creación del nuevo conocimiento, como ser de ayuda en la obtención del mismo. El saber nuevo no se agrega al antiguo, sino que se produce un enfrentamiento entre ambos y provoca una nueva estructuración del conocimiento total.

Los errores que cometen los alumnos en matemáticas son una declaración de esas dificultades y obstáculos propios del aprendizaje.

Mulhern (1989) y citado por Rico (1995), señala las siguientes características de los errores:

- Surgen, en general, de manera espontánea sorprendiendo al profesor.
- Son persistentes y difíciles de superar, ya que requieren una reorganización de los conocimientos en el alumno.
- Los errores pueden ser sistemáticos o por azar. Los sistemáticos son más frecuentes y revelan los procesos mentales que han llevado al

alumno a una comprensión equivocada. Mientras que los cometidos por azar son ocasionales.

- En numerosas ocasiones los alumnos no toman conciencia del error dada la falta de comprensión en el significado de los símbolos y conceptos con los que trabajan.

Existen esquemas fijos en los errores a dos niveles: a nivel individual y a nivel colectivo. A nivel individual las personas muestran regularidad en el modo de resolver ejercicios y problemas similares; mientras que a nivel colectivo las distintas personas cometen errores semejantes en determinadas etapas de su aprendizaje.

Debido a esta regularidad con la que se suelen presentar, varios autores han realizado clasificaciones de los errores en el aprendizaje de las matemáticas, ya sea por su naturaleza, su origen o su forma de manifestarse.

Radatz (1979), citado por Rico (1995), clasifica los errores según diversos motivos:

- Errores debidos a dificultades en el lenguaje: se dan lugar en la utilización de conceptos, símbolos y vocabulario matemático, y al realizar el pasaje del lenguaje corriente al lenguaje matemático.
- Errores debidos a dificultades para obtener información espacial: aparecen en la representación espacial de una situación matemática o de un problema geométrico.
- Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos: son los cometidos por deficiencias en el manejo de algoritmos, hechos básicos, procedimientos, símbolos y conceptos matemáticos.
- Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento: son causados por la falta de flexibilidad en el pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas; comprenden los errores dados por la perseverancia, los errores de asociación, los de interferencia, los errores de asimilación.

- Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes:
son producidos por aplicación de reglas o estrategias similares en contenidos diferentes.

5. LA IMPORTANCIA DE LAS MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN INFANTIL

5.1. Las matemáticas desde la infancia y a lo largo de la vida

Otra cuestión interesante de abordar es la importancia, el peso que tienen las matemáticas en nuestra sociedad y en nuestras vidas. Por tanto, ¿qué papel juega esta ciencia en nuestra sociedad? Las matemáticas ocupan un lugar muy importante, un lugar central; por motivos muy diversos.

Según un trabajo realizado por Miguel de Guzmán de la Universidad Complutense de Madrid, denominado *Matemáticas y sociedad. Acortando distancias* (ver ref. [4]), la matemática es una ciencia capaz de ayudarnos en la comprensión del universo en muchos aspectos, gracias a sus modos de proceder mediante el razonamiento simbólico, a través de cual trata de modelizar diversas formas de ser del mundo físico e intelectual.

Las matemáticas son también un modelo de pensamiento, ya que gracias a su objetividad, consistencia y sobriedad, el pensamiento humano consigue soportar los problemas con los que se enfrenta en su vida diaria. Además, esta ciencia es un potente instrumento de intervención en las estructuras de la realidad o nuestro alrededor. Así, se puede decir que la mayor parte de los logros tecnológicos no son sino matemática encarnada con la mediación de otras ciencias.

Por último, dice Miguel, las matemáticas son una actividad profundamente lúdica ya que el juego ha estado presente de forma muy activa en muchas de las porciones más interesantes de las mismas (teoría de números, combinatoria, probabilidad, topología...).

Así pues, podemos ver y deducir que la presencia de las matemáticas en nuestra cultura va en aumento y que el predominio de la comprensión sobre las mismas, va a ser un distintivo bien patente en la civilización futura.

Esta ciencia está presente en cualquier faceta de nuestra vida cotidiana: el uso de los cajeros automáticos, de un banco, la comunicación por teléfono móvil,

en la música o incluso en la lectura de un libro; es decir, las matemáticas se encuentran inmersas en todas las actividades desarrolladas por el hombre.

Según Peter, un usuario de Yahoo! Respuestas (ver ref. [6]); la vida es alta matemática. Todo conocimiento que se pueda estructurar es digno de formar parte de ella. Comenta que continuamente nos encontramos resolviendo problemas humanos de las más diversas características (técnicos, afectivos, individuales, colectivos...).

Este usuario indica que hoy en día los conceptos matemáticos se transmiten muertos, como dogmas de fe. Las fórmulas se creen pero no se visualizan.

Finalmente señala que, lo cual me parece fundamental, la matemática en la escuela debe preparar al estudiante en su confrontación con la realidad, para que entienda y se adapte al entorno donde vive. Asimismo, el estudiante será creativo, crítico y constructor de su propio conocimiento matemático.

Haciendo mención a qué es lo que los niños consiguen desarrollar por medio de las matemáticas en cuanto a destrezas y conocimientos, desde el prisma de la competencia matemática, ésta se enfoca como una tarea integrada en juegos y actividades que logran desarrollar las capacidades sensitivas y el ingenio de los niños. Éstos se irán haciendo competentes, por ejemplo, a medida que vayan construyendo la estructura de los números, realizando mediaciones (zancadas, secciones...), o distinguiendo aspectos cualitativos y cuantitativos del entorno.

Las competencias básicas que los niños adquieren con las capacidades matemáticas, en lo que al área de conocimiento del entorno se refiere y a pesar de haber hecho mención a ellas anteriormente, tienen que ver con:

- El conocimiento, utilización y escritura de la serie numérica para contar elementos de su entorno, resolución de sencillos problemas de sumas y restas (relacionados con sus vivencias).
- El conocimiento y la utilización de las nociones espaciales trabajadas (situarse en el espacio).
- La realización de mediciones.

- La utilización de los números ordinales en situaciones significativas (ordenar objetos u ordenarse entre ellos).
- La utilización de nociones espacio- temporales para describir hechos, acontecimientos y vivencias.

5.2.El papel del docente

Con lo último mencionado me han surgido varias dudas las cuales me gustaría resolver, ya que considero fundamental para la formación docente. *¿Qué importancia tienen las matemáticas en los niños de edades tempranas? ¿Qué desarrollan en ellos? Como maestras y maestros, ¿qué queremos transmitir a nuestros alumnos?, ¿cómo hacerlo?*

Para contestar a estas preguntas cabe mencionar a Piaget quien afirmaba que la formación temprana del pensamiento lógico- matemático es de vital importancia, ya que vivimos en una sociedad que exige un alto desempeño en los procesos de razonamiento superior. Así, el éxito en las etapas posteriores viene marcado en gran medida de un buen asentamiento de las estructuras cognitivas del individuo.

Además, el afianzamiento de las bases del razonamiento matemático exige una educación en relación con las características psicológicas del niño para el desarrollo pleno de sus capacidades.

Como he mencionado en la explicación del segundo problema, donde explico que no quería recurrir al tradicional método de enseñanza de las matemáticas como algo serio y sin carácter lúdico; es reconocido por los educadores que todas las materias escolares deben contribuir al desarrollo de la inteligencia, los sentimientos y la personalidad, pero corresponde a las matemáticas un lugar destacado en la formación de la inteligencia (Goñi, 2000). Así, Edgar Oliver Cardoso y María Trinidad Cerecedo plasmaron en la Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653) (ver ref. [10]), que se hace necesario que los profesores conciban a las matemáticas como una asignatura fundamental que posibilita el desarrollo de hábitos y actitudes positivas, así como la capacidad

de formular conjeturas racionales y de asumir retos basados en el descubrimiento y en situaciones didácticas que les permitan contextualizar a los contenidos como herramientas susceptibles de ser utilizadas en la vida.

Todo esto es importante porque la sociedad actual genera continuamente una gran cantidad de información, la cual se presenta de diversas formas: gráfica, numérica, geométrica y se encuentra acompañada de argumentaciones de carácter estadístico y probabilístico.

Por tanto, es de vital importancia que desde la infancia se trabaje para lograr un desarrollo pleno del pensamiento lógico- matemático en el niño, basado en la construcción de un conjunto de competencias que le ofrezcan la posibilidad de utilizarlas en cualquier situación que se le presente, tanto escolar o como fuera de ese ámbito.

Para conseguir todo lo que hemos mencionado sobre el desarrollo del aprendizaje de los niños, no basta con interiorizarlo de manera teórica sino que como docentes debemos ser capaces de desarrollar cada capacidad y cada competencia al máximo, utilizando los recursos que sean necesarios para conseguirlo, brindando a nuestros alumnos las oportunidades de momentos que propicien dicho desarrollo, ofreciendo una amplia gama de distintos materiales y teniendo siempre en cuenta una serie de factores primordiales para hacer del aprendizaje algo significativo.

Para ello, a continuación haré referencia a Piaget, quien señala unas pautas y determina una serie de espacios que debemos tener en cuenta para propiciar el aprendizaje lógico- matemático, partiendo también del propio docente y cómo debe afrontar la enseñanza matemática.

Piaget deja claro que el docente debe respetar en todo momento dos principios fundamentales en la Educación en el nivel de Infantil. El primero de ellos, es el desarrollo como proceso continuo, y el segundo que cada niño tiene su propio ritmo de maduración y aprendizaje.

Considero que estos dos aspectos son primordiales, ya no sólo para impartir conocimientos lógico- matemáticos a niños de Educación Infantil, sino para enseñar cualquier tipo de conocimiento a personas de todas las edades. Cada persona tiene su ritmo de asimilación de los conceptos y de esto podemos darnos cuenta de manera muy clara dentro del aula. Digo esto porque los niños, en general y entre otras razones, muestran mucha diferencia en la capacidad de asimilar los conceptos dependiendo de la fecha de nacimiento: un niño nacido en diciembre, por ejemplo, tiene en general un ritmo más lento en la realización de actividades o en la interiorización de determinados conocimientos, que un niño nacido en enero. Por ello, el docente debe respetar siempre el ritmo de cada uno de sus alumnos y evitar el centrarse únicamente en aquellos que realizan las actividades de manera rápida y eficaz, mostrando menos interés por los que realmente necesitan un esfuerzo extra; como me ha tocado ver en algunas ocasiones y lo cual no me parece nada profesional.

Con relación a esto que he mencionado, y de la mano de María del Carmen Leiva Leiva en un trabajo (ver ref. [8]) expone que Piaget establece que el docente que imparte el nivel de Educación Infantil deberá mantener una actitud que propicie el desarrollo del pensamiento del niño, que se puede resumir en lo siguiente:

- Mantener un clima de confianza para que el niño se pueda desenvolver en las distintas actividades con espontaneidad dentro de un clima seguro y afectuoso.
- Dar explicaciones precisas. El hecho de que los niños sean pequeños no debe impedir dar explicaciones verdaderas sobre las dudas que ellos nos manifiestan. Se debe explicar el porqué de las cosas. Considero esto fundamental para su aprendizaje. En numerosas ocasiones he visto como, por el hecho de tratar con niños pequeños, se han evitado multitud de temas porque daban por hecho que no los entenderían. Bajo mi punto de vista, todos los temas son tratables con niños de Educación Infantil si se enfoca desde una perspectiva y usamos palabras que ellos logren entender.

- Motivación. Dar sentido concreto a las actividades ayudará al niño a tener más interés hacia las experiencias que le harán progresar. Así, me parece que de igual importancia es la forma de plantear las cuestiones, haciéndolas incentivadoras dando así la gratificación de lograr desarrollar un aprendizaje más significativo.
- Estar atento y considerar las preguntas. Debemos estar atentos a los niños cuando experimentan en sus actividades para poder guiarlos en la resolución de ellas, que cada uno conseguirá por caminos, a veces, distintos. Dar respuesta a sus preguntas será una actitud fundamental para que progresen. Sin embargo, considero que a veces deberíamos aparcar un poco el trabajo guiado y dejar que los propios niños den las soluciones que ellos consideren oportunas, dando pie a la gratificación de hacerlo bien o, por el contrario, al error. Es entonces cuando se hace necesaria la intervención del docente y cuando realmente aprenden.
- Ser paciente. Cada niño tiene un ritmo distinto en su proceso de maduración y desarrollo, por ello deberemos ser pacientes ante los distintos tiempos de resolución de las actividades.

En relación con todo lo mencionado hasta ahora, otro aspecto que me parece fundamental destacar es el *papel que juega el docente* en la transmisión de los conocimientos. La actitud que nosotros mismos tomamos a la hora de explicar determinadas disciplinas, la transmitimos a los niños de manera inconsciente pero teniendo una gran repercusión en los mismos.

El Consejo Norteamericano de Enseñanza de Idiomas Extranjeros, según lo expuesto en la página web ehowenespañol.com (ver ref. [12]), le preguntó a los estudiantes qué docentes les habían ayudado a aprender mejor, o qué tipo de docentes consideraban ellos como sus “favoritos”. El estudio encontró que los alumnos recordaban favorablemente a los maestros que se preocupaban por ellos como personas. Los alumnos además citaron la habilidad del maestro para hacer que el contenido nuevo sea divertido y significativo, y el conocimiento real que posee el tema.

Así, para desarrollar el pensamiento lógico- matemático en los niños, señala Piaget, es preciso considerar los siguientes espacios dentro del aula de Educación Infantil:

- *Espacios para armar, desarmar y construir:* este espacio permite hacer construcciones, armar y separar objetos, rodarlos, ponerlos unos encima de otros, mantener el equilibrio, clasificarlos, jugar con el tamaño y ubicarlos en el espacio.
- *Espacios para realizar juegos simbólicos, representaciones e imitaciones:* este espacio debe ser un lugar para estimular el juego simbólico y cooperativo, además de ser un lugar que le permita al niño representar experiencias familiares y de su entorno.
- *Espacios para comunicar, expresar y crear:* en edad preescolar conviene apoyar las conversaciones, intercambios, expresiones de emociones, sentimientos e ideas. Por lo tanto, el aula debe estar equipada de materiales interesantes, con el propósito de desarrollar todos los medios de expresión (dibujo, pintura y actividades manuales).
- *Espacios para jugar al aire libre:* este se refiere al ambiente exterior destinado para el juego al aire libre, al disfrute y esparcimiento. Este espacio permite construir las nociones: adentro, afuera, arriba, abajo, cerca, lejos; estableciendo relación con objetos, personas y su propio cuerpo.
- *Espacios para descubrir el medio físico y natural:* el niño en edad preescolar le gusta explorar y hacer preguntas acerca de los eventos u objetos que le rodean. Por tal motivo, hace uso de sus sentidos para conocer el medio exterior y comienza a establecer diferencias y semejanzas entre los objetos y por ende los agrupa y ordena. Estas nociones son la base para desarrollar el concepto de número. Es por ello, que se deben proporcionar materiales y objetos apropiados que les permitan a los niños agrupar, ordenar, seriar, jugar con los números, contar, hacer comparaciones, experimentar y estimar.

Además de espacios adecuados, el niño de Educación Infantil deberá disponer de materiales para manipular y experimentar, pues su tipo de pensamiento requiere sobre todo presencia de materiales concretos tales como:

- Material diverso para seriar, agrupar, separar.
- Material para asimilar formas geométricas, bloques lógicos, Tangram.
- Para la orientación espacial, ladrillos, picas, conos, aros, tubos.
- Material de desecho variado, y de fabricación propia.
- Para la asimilación de las bases de numeración, y sistema de numeración decimal son de especial interés las regletas Cuissenaire.

5.3. El juego y las matemáticas

Para finalizar con este apartado me gustaría incluir una cita que me parece interesante y me gusta. “La matemática ha constituido, tradicionalmente, la tortura de los escolares del mundo entero, y la humanidad ha tolerado esta tortura para sus hijos como un sufrimiento inevitable para adquirir un conocimiento necesario; pero la enseñanza no debe ser una tortura, y no seríamos buenos profesores si no procuráramos, por todos los medios, transformar este sufrimiento en goce, lo cual no significa ausencia de esfuerzo, sino, por el contrario, alumbramiento de estímulos y de esfuerzos deseados y eficaces”. (Puig Adam, 1958)

Estoy totalmente de acuerdo con esta afirmación ya que como he indicado en alguna ocasión a lo largo de este proyecto, me parece de vital importancia el enfoque que se le dé al aprendizaje y que del tipo de enfoque dependerá enormemente, la actitud con la que se enfrenten a dicho aprendizaje.

Es aquí donde, bajo mi punto de vista, entra *el juego*. Creo seriamente que en edades tan tempranas como son las que corresponden a Educación Infantil, es importante enfocar la asimilación de los conceptos desde una perspectiva que para ellos sea atractiva. No por plantear los problemas como adivinanzas o como un juego en el que ellos sean los protagonistas o del que a ellos se les haga partícipes, estamos dando menos importancia a la actividad; sino todo lo contrario. Como bien se indica en la página web educacioninicial.com (ver ref. [9]), en donde trata el tema de la enseñanza matemática en niveles iniciales; al introducirse en la práctica de un juego, se adquiere cierta familiarización con sus reglas, relacionando unas piezas con otras. Del mismo modo, el novato en

matemáticas compara y hace interactuar los primeros elementos de la teoría unos con los otros. Estos son los ejercicios fundamentales de un juego o de una teoría matemática.

El gran beneficio de este acercamiento lúdico, consiste en su potencia para transmitir al estudiante la forma correcta de colocarse en su enfrentamiento con problemas matemáticos. El trabajo con bandas numéricas, con el calendario, con la numeración de las casas, con juegos de compra- venta, las canciones del conteo, los álbumes de figuritas, las cartas, los tableros de juegos de pista (como es la oca, por ejemplo), son excelentes oportunidades para poner en juego los números provistos de sentido.

Según Piaget, y según lo expuesto en un trabajo realizado por Adela Salvador de la Universidad Politécnica de Madrid, los juegos ayudan a construir una amplia red de dispositivos que permiten al niño la asimilación total de la realidad, incorporándola para revivirla, dominarla, comprenderla y compensarla. De tal modo el juego es esencialmente de asimilación de la realidad por el yo (Piaget, 1985: “Seis estudios de psicología”).

Otros autores argumentan que a través del juego se crea un espacio intermedio entre la realidad objetiva y la imaginaria, lo que permite realizar actividades que realmente no se podrían llevar a cabo sin él. Ésta idea fue compartida por Vigosky, que menciona que este espacio supone una zona de desarrollo potencial de aprendizaje.

También Miguel Guzmán hace referencia a la importancia del juego dentro de las matemáticas y lo afirma con este pensamiento: “El juego y la belleza están en el origen de una gran parte de la matemática. Si los matemáticos de todos los tiempos se la han pasado tan bien jugando y han disfrutado tanto contemplando su juego y su ciencia, ¿por qué no tratar de aprender la matemática a través del juego y la belleza?”. “La matemática ha sido y es arte y juego, y esta componente artística y lúdica es tan consubstancial a la actividad matemática que si no alcanza un cierto nivel de satisfacción estética y lúdica, permanece inestable”. Guzmán, M. (1989).

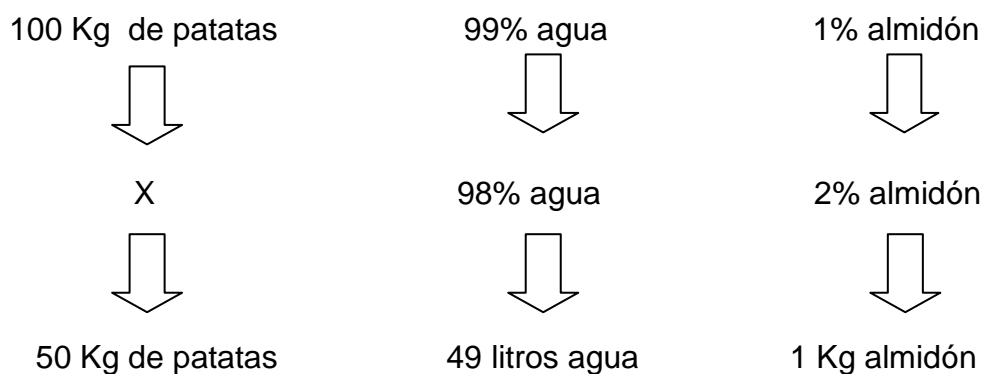
Por consiguiente, debemos tomar conciencia de la orientación de la enseñanza que ofrecemos a nuestros alumnos y la manera de impartir la misma. El juego es un instrumento didáctico más, ya que puede servirnos de gran ayuda a la hora de “hacer matemáticas en la hora de matemáticas” y hacer frente al método por el que muchos docentes optan, relacionado con el aprendizaje pasivo y verbalista. Debemos propiciar y tener en cuenta los procesos intelectuales y los afectivos, el intercambio de opiniones y puntos de vista, la participación activa, el trabajo en equipo y propiciar la creatividad y la imaginación.

CONCLUSIONES

Para empezar con las conclusiones, me gustaría hacer referencia a uno de los problemas lógicos que me hubiese gustado plantear a los niños pero que dada la complejidad para resolverlo no lo vi apropiado. El problema es el siguiente:

- Tenemos 100 kilos de patatas cuyo porcentaje de agua es del 99%. Se depositan las patatas en un almacén y pasado un tiempo se observa que han perdido agua pasando a tener un porcentaje de agua del 98%. ¿Cuántos kilos de patatas tenemos en ese momento en el almacén?

La solución es la siguiente:



$$1 = (2/100)X \Rightarrow \boxed{X=50}$$

El presente problema lo he planteado a muchos de mis amigos, familiares y demás conocidos, observando las dificultades que han presentado para resolverlo y sin hallar el resultado final correcto. ¿Qué es lo que pasa? ¿Por qué a pesar de ser adultos y de haber vivido siempre en relación con las matemáticas, no han podido resolver este problema?

En realidad lo que ocurre es que, en numerosas ocasiones, somos analfabetos matemáticos ya que hacemos uso de las matemáticas en muchas de las actividades que realizamos en nuestras vidas cotidianas, pero las vemos como si fuesen magia fuera de nuestro alcance.

El por qué es tan complicado resolver problemas matemáticos, explica Fabián Andrés Inostroza (ver ref. [14]) viene dado por tres razones fundamentales. En primer lugar, comprender qué es un problema matemático y diferenciarlo de la operatoria con carga verbal; en segundo lugar, el tipo de habilidades cognitivas que debe desplegar una persona para resolver este tipo de problemas; y por último, los posibles “errores” metodológicos que se presentan al enfrentar a este tipo de situaciones.

Faraón Lloréns, profesor de matemáticas, en un artículo titulado “Las matemáticas en la educación de adultos” (ver ref. [13]), expone que no comprende el odio intrínseco de la mayoría hacia las matemáticas. Pregunta: “¿Será culpa del sistema educativo? ¿Tendrá la culpa la propia asignatura? ¿O quizá sea por los alumnos? ¿Tal vez sean culpables los profesores?”.

Faraón comenta que al mencionar que es profesor de matemáticas a muchas de las personas con las que está se les cambia la cara, y durante unos segundos le odian al recordar su experiencia en las clases de esta asignatura y le ven como al monstruo que atormenta a los inocentes estudiantes.

Este profesor puntualiza que los contenidos matemáticos deber surgir poco a poco. Expone: “al enfrentarse el adulto a la resolución de un problema, surgirá del mismo alumno la forma de atacarlo, y el profesor debe ir aportando pistas cuando vea que el alumno se bloquea”. “Las matemáticas pueden llegar a ser fascinantes [...] si les animamos a resolver problemas cercanos a él o ella, le proponemos juegos, adivinanzas y le retamos a descubrir e investigar”.

Como dice Martín Gardner, debemos encontrar el equilibrio entre el juego y la seriedad de forma que podamos atrapar al alumno.

Lloréns sigue diciendo que debemos utilizar un lenguaje comprensible; si utilizamos términos rebuscados nos admirarán; si utilizamos palabras sencillas nos comprenderán.

Para terminar, Faraón dice que las matemáticas no sólo se aprenden con lápiz y papel, no son sólo conceptos abstractos, ni grandes expresiones. Las matemáticas se pueden “tocar”, y nos las encontramos continuamente en la vida diaria. Aprovechémoslo, nos anima, y acerquemos a nuestros alumnos a

esta visión del mundo. Si la comprenden, la asimilarán. Si se la imponemos, la odiarán.

Como conclusiones propias que he obtenido con la elaboración de este proyecto, me gustaría decir que, aparte de tener la oportunidad de realizar una actividad real con niños en la que les planteo problemas matemáticos, esta intervención en el aula me ha instruido personal y profesionalmente.

A nivel personal, porque nunca hubiese imaginado que niños con 5 y 6 años pudiesen responder y razonar de la manera que me demostraron, cuando al plantearles los mismos problemas a personas adultas, tuvieron dificultades para hallar la respuesta. Y sinceramente, ser yo quien les planteara los problemas y quien eligiese la manera de realizarlos y enfocarlos, me llena de satisfacción.

Profesionalmente hablando, puedo decir que con la realización de estos ejercicios he aprendido mucho; todo lo que durante este trabajo he ido plasmando, cuestiones que anteriormente ni me había planteado ni había caído en la cuenta de que fuesen así.

Con este proyecto he podido coger experiencia en el campo de las matemáticas, he aprendido lo importante que es no impartirlas desde un punto de vista totalmente académico con la seriedad que esto implica, sino transmitir a los alumnos que las matemáticas pueden ser divertidas, que se pueden adquirir muchos conocimientos desde una perspectiva lúdica y que el cometer errores no es nada malo ni mucho menos vergonzoso, sino que mediante ellos y cayendo en la cuenta de que los cometen, es como realmente van a aprender.

Este trabajo me ha hecho reflexionar en numerosos momentos sobre la manera en la que yo fui instruida en esta materia, y he podido establecer una clara comparación entre cómo lo hicieron quienes fueron mis tutores y cómo realmente hay que hacerlo. Yo soy una de las muchas personas que al oír la palabra *matemáticas* se le estremece el cuerpo y evoca malos recuerdos sobre las mismas. Mi profesor de cuando tenía entre 6 y 7 años hacía de las

matemáticas algo tan serio y las impartía de un modo tan impositivo que muchos de mis compañeros acabaron odiándolas tanto como yo.

Por ello, veo tan primordial el hacer del aprendizaje algo divertido y motivador ya que el modo de impartir una materia y la percepción que cojan de ella desde edades tempranas, perdura en el tiempo. Y he ahí donde entra el papel del docente, que por mucho que no le guste una materia nunca debe demostrarlo ni tampoco transmitírselo a los alumnos.

Me gustaría acabar citando una frase que vi una vez y la cual me encanta, que casualmente menciona también Faraón Lloréns en su artículo, dice así: “El mejor maestro no es el que más enseña, sino el que mejor hace aprender”.

REFERENCIAS

Libros

1. Piaget, J. (1985). *Seis estudios de Psicología*. México: Origen/ Planeta.
2. Wigner, E. (1960), "La irracional eficacia de las matemáticas en la de Ciencias Exactas y Naturales. *Communications on Pure and Applied Mathematics* 13 '(1): 1-14.

Páginas Web

3. <http://www.rieoei.org/deloslectores/1285Puerto.pdf>
4. <http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzman/old/07leyendolibros/ciprasaberleer/cipra.htm>
5. <http://www.diarioinformacion.com/opinion/2013/06/15/matematicas-vida-cotidiana/1385553.html>
6. <https://es.answers.yahoo.com/question/index?qid=20081019174209AALM3Uw>
7. <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~cepc3/competencias/mates/infantil/matem%20en%20educaci%20infantil.pdf>
8. http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~cepc3/competencias/mates/infantil/pensamiento_logico_en_la_educacion_infantil.pdf
9. <http://www.educacioninicial.com/EI/contenidos/00/4350/4356.asp>
10. <http://www.rieoei.org/deloslectores/2652Espinosa2.pdf>
11. http://www.miranda.gov.ve/educacion/images/archivos_pdf/formacion.pdf
12. http://www.ehowenespanol.com/afectan-actitudes-del-docente-alumnos-info_192512/
13. <http://revistasuma.es/IMG/pdf/20/037-040.pdf>
14. http://www.espaciologopedico.com/articulos/articulos2.php?Id_articulo=2660
15. <http://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1ticas>
16. <http://www2.camino.upm.es/Departamentos/matematicas/grupomaic/comunicaciones/12.Juego.pdf>
17. http://es.wikipedia.org/wiki/Acertijo_del_lobo,_la_cabra_y_la_col
18. <http://puntoedu.pucp.edu.pe/entrevistas/se-debe-evitar-ensenar-matematicas-de-manera-mecanica-y-repetitiva/>

ANEXOS

Anexo 1



Anexo 2 y Anexo 2-1



Anexo 3



Anexo 4



Anexo 5



Anexo 6



Anexo 7



Anexo 8 y Anexo 8-1

